

ПРИКЛАДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

УДК 159.9.07

doi: 10.11621/vsp.2022.03.07

Научная статья

ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ ПЕРВОКЛАССНИКОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО РАЗНЫМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ПРОГРАММАМ

А.Н.Сиднева¹, М.С. Асланова*², Д.А. Бухаленкова³

^{1, 2, 3} Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

¹ asidneva@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9815-9049>

² Первый Московский государственный медицинский университет имени И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации, Москва, Россия, simomargarita@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3150-221X>

³ d.bukhalenkova@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4523-1051>

*Автор, ответственный за переписку: simomargarita@ya.ru

Актуальность исследования определяется возросшим в последние годы интересом к математическому образованию. Педагогов и исследователей волнует вопрос об условиях и средствах развития математического образования. Наряду с этим не существует единого мнения о том, что представляют собой математические способности, какова их структура и особенности развития.

Целью исследования выступает проведение сравнительного анализа развития математических способностей первоклассников, обучающихся по разным образовательным программам и выявление специфических для каждой программы особенностей.

Выборку исследования составили 434 учащихся первых классов московских школ (54,8% мальчиков), среди которых: 37,1% учащихся обучается по программам повышенной сложности, 44% — по традиционным программам, 18,9% — по программе развивающего обучения.

Методы. В данном исследовании для диагностики математических способностей первоклассников был разработан авторский комплект методик, включающий «классические» задания, которые должны выполнять дети независимо от программы обучения, и «специфические» задания, проверяющие разумность и осмысленность выполняемых математических действий.

Результаты. Проведенный анализ показал, что большинство классических математических умений не связаны со спецификой программы

и развиваются у первоклассников в ходе обучения безотносительно нее. Однако сложные арифметические умения (работа с двузначными числами и поиск неизвестного компонента) получили большее развитие в программах повышенной сложности, предполагающих отбор учащихся при поступлении. Специфические умения, направленные на разумное действие с числом (задания на числовую прямую или измерение разными мерками), показали неоднозначную динамику развития.

Выводы. Исследование позволяет сделать предположение о том, что факт отбора учащихся на программы оказывает влияние лишь на скорость развития ряда неспецифических математических умений. Тогда как специфические умения в большей степени зависят от содержания программы и требуют дополнительного изучения.

Ключевые слова: математические способности, обучение младших школьников, программы обучения математике.

Информация о финансировании. Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ № 19-29-07373.

Для цитирования: Сиднева А.Н., Асланова М.С., Бухаленкова Д.А. Особенности развития математических способностей первоклассников, обучающихся по разным образовательным программам // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. 2022. № 3. С. 119–144. doi: 10.11621/vsp.2022.03.07

doi: 10.11621/vsp.2022.03.07

Scientific Article

FEATURES OF THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL SKILLS OF FIRST-GRADERS IN DIFFERENT EDUCATIONAL PROGRAMS

Anastasia N. Sidneva¹, Margarita S. Aslanova^{*2},
Darya A. Bukhalenkova³

^{1,2,3} Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

¹ asidneva@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9815-9049>

² Sechenov First Moscow State Medical University of the Ministry of Healthcare of the Russian Federation, Moscow, Russia, simomargarita@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3150-221X>

³ d.bukhalenkova@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4523-1051>

* Corresponding author: simomargarita@ya.ru

Background. Relevance of this study is determined by the increased interest in mathematical education in recent years. Teachers and researchers are concerned about the conditions and means of developing mathematical education. Along with this, there is no consensus on what constitutes mathematical abilities, what is their structure and development.

Objective. The aim of this study is to compare the development of mathematical skills of first-graders in different educational programs and to identify specific to each program features.

Sample. The study sample consisted of 434 first-graders of Moscow schools (54.8% of boys), among which: 37.1% of first-graders learn programs of increased complexity, 44% — traditional programs, 18.9% — developmental education program.

Methods. An author's set of tasks was developed to diagnose the mathematical skills of first-graders in this study. It included "classical" tasks children must perform regardless of the training program and "specific" tasks that test the awareness of meaning of the mathematical actions performed.

Results. The analysis showed that most of the classical mathematical skills are not related to the character of the program and it developed by all first-graders in the course of training. However, complex arithmetic skills (working with two-digit numbers and searching for an unknown sum component) developed more effectively in programs of increased complexity. Specific skills related to reasonable action with a number (tasks for a number line or measurement) showed an ambiguous development dynamic.

Conclusion. This study allows us to form a hypothesis that the selecting students for programs affects only the rate of development of a number of classical mathematical skills. Whereas specific skills are more dependent on the content of the program. It requires further study.

Keywords: mathematical skills, teaching of first-graders, mathematics education programs.

Funding. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research grant number 19-29-07373.

For citation: Sidneva, A.N., Aslanova, M.S., Bukhalenkova, D.A. (2022). Features of the Development of Mathematical Skills of First-Graders in Different Educational Programs. Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 14. Psikhologiya (Moscow University Psychology Bulletin), 3, 119–144. doi: 10.11621/vsp.2022.03.07

Введение

В настоящий момент во всем мире наблюдается значительный интерес к качеству математической подготовки школьников. Отчасти

это обусловлено все более широким охватом международными исследованиями качества образования (в том числе математического) различных стран-участников (см., например, TIMSS, PISA и др.), отчасти — увеличением числа исследований, показывающих значительное влияние обучения математике на дальнейшую математическую и академическую успешность (Bartelet et al., 2014; Sasanguie et al., 2012; Lembke, Foegen, 2009; Siegler, Booth, 2004; Geary et al., 2009).

В России в последние 10 лет сильно повысился престиж математических школ и математических профилей внутри школ, создаются новые проекты, призванные выявить как можно больше математически одаренных детей и дать им возможность освоения математического содержания на более глубоком уровне (например, проекты «Математическая вертикаль», «Матпраздник» и др.), проводятся международные конференции, посвященные обсуждению технологий именно математического образования в школьном возрасте (например, Technology and Psychology for Mathematics Education). При этом очевидно, что основным вопросом как для педагогов, так и для исследователей математического образования, является вопрос об условиях и средствах развития математических способностей. Что это за способности? Как они развиваются? Можно ли повлиять на развитие математических способностей и как именно это делать?

Несмотря на большое количество исследований, посвященных анализу структуры и развития математических способностей младших школьников как в нашей стране (Крутецкий, 1998; Каплунович, Верзилова, 2003; и др.), так и за рубежом (Schoenfeld, Sloane, 2016; Nunes et al., 2012), на данный момент не существует единого мнения о том, что же представляют собой эти способности, какова их структура и как именно они развиваются на протяжении первых лет школьного обучения. Это связано, во-первых, с терминологической путаницей, когда сходными новообразованиями занимаются исследователи, работающие в разных теоретических парадигмах и, соответственно, использующие разные термины (ср., например, математическая одаренность, математические способности, математическое мышление, математическая компетентность, математическая грамотность и др.). Во-вторых, эти теоретические подходы предлагают разные по существу варианты интерпретации условий развития таких способностей.

С нашей точки зрения, основные подходы к пониманию математических способностей можно разделить на две группы. Особенностью первой группы подходов является акцент на выделение

и исследование множества частных математических способностей (Крутецкий, 1998; Krutetskii et al., 2006). Так, например, в подходе В.А. Крутецкого рассматривается система математических способностей, которые влияют на успешность математической деятельности: логическое мышление относительно количественных и пространственных соотношений; быстрое и широкое обобщение математических объектов, отношений и действий; свертывание процесса математических рассуждений и системы соответствующих действий; гибкость когнитивных процессов в математической деятельности; стремление к простоте, ясности и рациональности путей решения; способность к переходу от прямого к обратному мыслительному процессу (Крутецкий, 1998). Во второй группе подходов делается попытка найти первооснову математических способностей, в качестве которой выступает либо общий фактор интеллекта (фактор G), либо скорость переработки информации по Г. Айзенку, либо высокий уровень мышления вообще и математическая интуиция (Giardino, 2010).

В целом проблема математических способностей является частным случаем проблемы математической и шире — общей одаренности, концепция которой развивается в нашей стране в работах Д.Б. Богоявленской, Н.С. Лейтеса, А.М. Матюшкина, Ю.Д. Бабаевой и др. (Богоявленская, 2010; Бабаева, 1997). Особенности математических способностей анализируются также в исследованиях проблематики индивидуальных различий в мыслительной деятельности (Тихомиров, 1984; Холодная, 2004; Каплунович, 2003; и др.). В рамках зарубежной психологии также существуют представления о структуре математической одаренности. Так, группа исследователей D. Pitta-Pantazi, C. Christou, K. Kontoyianni, M. Kattou рассматривают математическую одаренность как совокупность математических способностей, математической креативности и когнитивных способностей, в частности, флюидного интеллекта и рабочей памяти (Pitta-Pantazi et al., 2011).

Не останавливаясь подробно на этих концепциях, отметим лишь, что в каждом из обозначенных подходов математические способности, по сути, выступают персональной характеристикой ребенка или характеристикой его особого стиля деятельности с математическим содержанием. Опираясь на работы Л.С. Выготского и его последователей, мы считаем, что математические способности необходимо рассматривать не просто как различия в осуществлении мыслительной деятельности, не просто как индивидуальные особенности детей, но в первую очередь с точки зрения их развития **под ведущим влиянием обучения** (Выготский, 1983). Именно поэтому мы предположили, что

особенности той программы обучения математике, которая реализуется на уроках, оказывают принципиальное влияние на развитие математических способностей в младшем школьном возрасте. Исходя из этого под математическими способностями мы будем понимать не абстрактные характеристики решения математических задач, а качество и скорость овладения конкретными предметными умениями, формируемыми на уроках по различным программам обучения. Это также соответствует представлению о способностях, развиваемому в деятельностном подходе к учению и обучению, где способности — это не характеристики мышления, а особенности способов выполнения конкретных предметных действий, решения задач (Леонтьев, 1960; Гальперин, 1998). В этой связи далее, говоря о способностях, мы будем анализировать особенности развития именно математических умений в рамках поддержки такого развития программами обучения.

Существующие в нашей стране исследования влияния программ обучения на развитие математических способностей и математической компетентности обычно проводятся в рамках изучения эффектов разных образовательных систем — например, системы развивающего обучения в сравнении с традиционной системой обучения (Цукерман, Ермакова, 2003; Репкина, 1997; Павлова, 2008; и др.). Однако в таких исследованиях зачастую детям предлагаются задачи, специфические для какой-либо из исследуемых систем (например, задачи с ловушками, задачи, провоцирующие «натуральное» отношение к математическим объектам и пр.), и редко встречающиеся на уроках в других образовательных системах. Это дает основания для их справедливой критики. Поэтому важной задачей является разработка такого диагностического инструментария, который мог бы объективно оценить уровень математических способностей ребенка независимо от программы обучения.

Второй важной задачей является выделение типов программ обучения математике младших школьников, чтобы оценить, с одной стороны, реальную общность программ внутри одного типа с точки зрения особенностей развития математических способностей, а с другой — принципиальные различия типов программ.

Мы выделили три типа таких программ. Первый тип программ можно назвать традиционными — они представляют собой те или иные вариации классической программы обучения математике, реализуемой еще в советских школах — программы М.И. Моро («УМК «Школа России», УМК «Планета знаний», УМК «Перспектива», УМК «Начальная школа 21 века»). В основе таких программ лежат

принципы традиционной дидактики, впервые обозначенные еще Я.А. Коменским: принцип сознательности и активности, принцип наглядности; принцип постепенности и систематичности знаний; принцип упражнений и прочного овладения знания и навыками. Анализируя особенности содержания обучения в традиционной дидактике, В.В. Давыдов говорит о лежащих в ее основании эмпирических обобщениях, которые формируются через наблюдение и сравнение конкретных предметов, выделение общего свойства этих предметов и его обобщение в группу, класс (Давыдов, 2000). С точки зрения методов обучения усвоение новых знаний здесь представляет собой процесс воспроизведения учащимися так или иначе заданного в готовом виде образца способа действия, или запоминание формулировок предлагаемых знаний (Павлова, 2008). Так, в основе начального курса математики здесь лежит традиционное понятие о числе как общем свойстве группы объектов — числовой характеристики этой группы. Поэтому сравнивая конкретные предметы между собой (2 яблока, 2 карандаша, 2 дерева) учащиеся приходят к обобщению их общего свойства — числу 2. Различия программ связаны с различием методов и средств обучения, так, к примеру, в программах «Планета знаний» (М.И. Башмаков, М.Г. Нефедова) и «Начальная школа 21 века» (В.Н. Рудницкая и др.) уделяется больше внимания активной работе самих учащихся, дается материал, который может их заинтересовать и т.д. Однако по содержанию обучения принципиальных различий с программой М.И. Моро здесь нет.

Второй тип программ — это программы так называемого «повышенного уровня трудности». К ним можно отнести развивающую дидактическую систему Л.В. Занкова (программа обучения математике И.И. Аргинской) и технологию деятельностного метода Л.Г. Петерсон (программа обучения математике Л.Г. Петерсон). Особенностью этих программ являются реализация принципов интенсивного математического развития, при котором ученики самостоятельно открывают новое, сталкиваясь с недостатком существующих знаний, а учитель постепенно наводит учеников на ответ при помощи подсказок. Общей чертой программ Л.В. Занкова и Л.Г. Петерсон является то, что учащимся не даются средства для выполнения собственных действий и они должны найти их самостоятельно (Павлова, 2008). Помимо этого, в данных программах ученикам предлагается освоить множество абстрактных понятий (величина, переменная и пр.). Традиционно эти программы вызывают наибольшие трудности как у младших школьников, так и у их родителей. В последнее время появилась

программа, называемая «Эффективная начальная школа», которая также предполагает существенную интенсификацию обучения математике, в первую очередь, прохождения материала 1–2 классов за 1 год. Несмотря на существенные различия по содержанию и методам с описанными программами И.И. Аргинской и Л.Г. Петерсон, мы все же посчитали возможным включить эту программу в данный тип программ по критерию реализации принципов интенсивного математического развития. Другой общей чертой этих программ является то, что они предполагают исходный отбор детей именно по уровню развития способностей (в том числе математических).

К третьему типу программ относятся программы развивающего обучения Д.Б. Эльконина–В.В. Давыдова (программы по математике Э.И. Александровой или В.В. Давыдова, С.Ф. Горбова). В этих программах в основе обучения математике лежит теоретическое понятие числа как отношения измеряемой величины к мере, и общий способ действия по измерению величин. Принципиально отличаются и методы обучения: несмотря на широкое использование проблемного метода, этот этап урока организуется как этап решения специально подобранной учебной задачи, для чего предлагаются особые средства; затем выбранный способ моделируется, и дальнейшая работа происходит уже со средством — моделью (чаще всего такой моделью выступает числовая прямая).

Описанные различия программ обучения порождают вопрос о том, насколько пути развития математических способностей детей, обучающиеся по таким программам, различаются? В имеющихся исследованиях (Павлова, 2008; Репкина, 1997) показаны существенно лучшие результаты по уровню развития математических способностей и близких к ним способностей, умений и навыков у школьников, обучающихся по системе Д.Б. Эльконина–В.В. Давыдова. Однако в этих исследованиях, во-первых, не контролировался фактор исходного уровня развития математических способностей первоклассников, что не позволяет сделать вывод именно о динамике такого развития (большой или меньшей в разных типах программ). Во-вторых, в них зачастую использовались специфические задания (задачи с ловушками и др.), с которыми много работали именно учащиеся, обучающиеся по системе Д.Б. Эльконина–В.В. Давыдова, и почти не работали учащиеся, обучающиеся по традиционным программам. Соответственно, одной из задач нашего исследования являлась разработка такого диагностического инструментария, который позволит объективно оценить уровень математических способностей ребенка

независимо от программы обучения. Очевидно, что часть заданий для такой диагностики должны быть относительно традиционными, максимально приближенными к тому, что является результатам обучения по любым программам, а часть — специфическими, направленными на диагностику не результатов, а способов выполнения действий.

На основании психологического анализа особенностей содержания наиболее распространенных программ по математике в начальной школе (Сиднева, 2022) нами был выдвинут ряд **гипотез**:

- Классы, обучающиеся по программам повышенного уровня трудности, будут демонстрировать более высокий уровень сформированности измеряемых математических умений в начале учебного года.

В качестве обоснования данной гипотезы выступает фактор отбора детей для обучения по конкретной программе. Возможно, что измеряемые нами умения уже в каком-то виде сформированы у детей, прошедших такой отбор, и тогда их динамика будет очевидно ниже, чем в других программах из-за эффекта потолка. Тем не менее отбор во всех школах осуществляется по разным критериям, поэтому мы считаем выдвинутую гипотезу обоснованной.

- Классы, обучающиеся по программам повышенного уровня трудности, будут демонстрировать наибольшую динамику в развитии классических математических умений.

Данная гипотеза выдвинута нами в связи с предположительно более высоким уровнем способностей и более высоким уровнем обучаемости детей, поступивших на программы повышенной сложности.

- Классы, обучающиеся по программам развивающего обучения, будут демонстрировать наибольшую динамику в развитии «специфических» математических умений.

Данная гипотеза обоснована тем, что «специфические» математические умения не просто еще одни умения — это задачи, особенности решения которых показывают именно развивающие эффекты обучения математике, позволяющие оценить разумность и осмысленность выполняемых действий у детей.

Выборка

Выборку исследования составили 434 учащихся 14 первых классов московских школ (54,8% мальчиков), среди которых:

161 (37,1%) ребенок обучается по программам повышенной сложности, предполагающим отбор детей по уровню математических способностей (70 детей по программе «Эффективная начальная школа» и 91 ребенок по программе Л.Г. Петерсон);

191 (44%) ребенок обучается по традиционным программам (56 — по программе «Перспектива», 135 — по программе «Школа России»); 82 (18,9%) ребенка обучаются по программе Эльконина-Давыдова.

Оценка распределения учащихся по программам в зависимости от пола показала, что между подвыборками нет значимых различий (Хи-квадрат = 0,632, $p = 0,912$).

Методы

В процессе исследования применялся метод констатирующего эксперимента и статистические методы. Исследование проводилось в 2020–2021 учебном году и состояло из трех экспериментальных этапов. В начале учебного года (в октябре 2020 года) учащимся были даны задания для групповой диагностики исходного уровня сформированности выделенных математических умений. Затем в конце учебного года (в апреле 2021 года) была проведена повторная диагностика также в групповой форме (в апреле–мае 2021 года). Продолжительность групповой диагностики составляла один урок (40–45 минут) в каждом классе. Полученные результаты анализировались с применением дисперсионного анализа, как статистического метода обработки и анализа данных.

Для диагностики математических способностей первоклассников в начале и в конце учебного года был разработан авторский комплект методик, включающий «классические» задания, которые должны выполнять дети независимо от программы обучения, и «специфические» задания, проверяющие разумность и осмысленность выполняемых математических действий. Опишем методики подробнее.

«Классические» задания

1. «Позиционная запись числа» — умения правильно записывать числа в десятичной системе счисления в зависимости от заданной величины (количества предметов), и наоборот — восстанавливать величину по заданному числу. Методика состояла из 2 заданий, в которых детям сначала нужно было отметить на рисунке количество кубиков, соответствующее заданному числу, а затем, наоборот, по отмеченному числу кубиков записать число, при условии, что 1 маленький кубик соответствует единице, а 1 длинная палочка, состоящая из кубиков — целому десятку. Каждое задание содержало 2 типа рисунков: в 1-м типе десятки и единицы предъявлялись слева направо соответственно, а во 2-м — наоборот. Предъявление каждого

задания ограничивалось по времени 2 минутами. За каждое верно решенное задание ребенку начислялся 1 балл. Затем рассчитывался общий балл за методику (максимум 24 балла) и отдельно за каждое из двух описанных заданий (максимум 12 баллов за каждое задание).

2. «Арифметические умения» — умения складывать/вычитать однозначные и двузначные числа и осуществлять поиск неизвестного компонента в выражениях суммы или разности. Методика состояла из 3 заданий. Арифметические примеры на сложение и вычитание однозначных чисел содержали 48 чередующихся примеров. Арифметические примеры на сложение и вычитание двузначных чисел содержали 32 чередующихся примера, как с переходом через десяток, так и без такого перехода. Задания на поиск неизвестного компонента в выражении суммы или разности содержали 48 примеров, в которых ребенку необходимо было найти 1 из отсутствующих компонентов в примере при известном результате операции сложения или вычитания. Предъявление каждого задания ограничивалось по времени 2 минутами. За каждый верно решенный пример в рамках каждого задания ребенку начислялся 1 балл. Затем был рассчитан процент верно решенных примеров от общего числа примеров для каждого типа заданий. Все показатели оценивались по отдельности.

3. «Сравнение чисел» — задания на сравнение 2-х однозначных и двузначных чисел по расстоянию до заданного числа (триады). Методика содержала 3 типа заданий (по 12 каждого типа), в каждом из которых учащимся предлагались тройки чисел, объединенные в овал, расположенные так, что 1 число находилось сверху, а 2 снизу. Тройки состояли из однозначных и двузначных чисел, при этом вторые содержали 12 простых заданий и 12 заданий повышенной сложности (с небольшим расстоянием между всеми приведенными числами). Учащемуся было необходимо интуитивно отметить среди нижних чисел то, которое по величине ближе к верхнему. Предъявление задания ограничивалось по времени двумя минутами. Затем рассчитывался общий балл за методику (максимум 36 баллов), а также баллы по каждому типу заданий (максимум 12 баллов за каждое) (Асланова, Романовская, 2021).

«Специфические» задания

1. «Измерение меркой» — умения производить измерение при заданной мерке.

Методика содержит 8 заданий на измерение площади прямоугольника при помощи заданной мерки. Прямоугольники были изо-

бражены на рисунке в клетку и представляли собой 4 типа заданий, в которых различались размеры как мерок, так и прямоугольников. При этом для каждого задания были составлены 2 варианта представления мерки: с разделением на клетки и без деления. Учащемуся было необходимо измерить выделенный прямоугольник заданными мерками и записать, сколько мерок необходимо для измерения площади прямоугольника. Предъявление методики ограничивалось по времени 2 минутами. За каждое верно решенное задание ребенку начислялся 1 балл. Затем рассчитывался общий балл за методику (максимум 8 баллов).

2. «Числовая прямая» — умение определять место числа на числовой прямой.

Методика содержит 8 заданий, направленных на диагностику умения находить место заданного числа на числовой прямой. Задания методики различались по нескольким показателям: размеру шага (единице измерения), направлению, а также наличию/отсутствию других чисел на числовой прямой. Ребенку было необходимо отметить заданное число на числовой прямой. Предъявление задания ограничивалось по времени 2 минутами. В качестве итогового показателя рассчитывался общий балл за методику (максимум 8 баллов). Отдельно рассчитывался балл по **заданием с «ловушкой»** — заданиям, также диагностирующим умения определять место числа на числовой прямой, однако, содержащим так называемые «ловушки», связанные с непривычным направлением числовой прямой и/или отсутствием явно обозначенного направления, а также с отсутствием начала и мерки/шага (максимум 4 балла).

Полученные данные были проанализированы с применением пакетов программ Microsoft Excel 2010 и IBM SPSS Statistics 22.

Результаты

В ходе анализа были обнаружены значимые различия (Н-критерий Краскелла-Уоллеса, $p < 0,05$) в уровне сформированности математических умений у первоклассников, обучающихся по разным образовательным программам **в начале учебного года**. Так, большинство рассматриваемых умений в большей мере были развиты у первоклассников, обучающихся по программам повышенного уровня трудности, а в наименьшей — по традиционным программам. Это подтверждает первую выдвинутую нами гипотезу и говорит о различном исходном уровне подготовки учащихся, поэтому в дальнейшем мы оценивали непосредственное развитие (сдвиг за год) ма-

тематических способностей в конце учебного года (весной 2021 года) по отношению к его началу (осень 2020 года) у первоклассников, обучающихся по различным образовательным программам.

Чтобы оценить различия в развитии математических способностей первоклассников был построен ряд общих линейных моделей (ANOVA) с повторными измерениями, которые позволяют оценить совместное влияние программы обучения и сдвига в развитии математических умений в конце учебного года (весной 2021 года) по отношению к его началу (осень 2020 года).

1. Оценка динамики развития математических способностей первоклассников, обучающихся по различным образовательным программам, измеренная с применением «классических» заданий

1.1. Позиционная запись числа

Предлагаемые учащимся задания оценивали умения правильно записывать числа в десятичной системе счисления в зависимости от заданной величины (количества кубиков), и, наоборот, — восстанавливать величину по заданному числу. Обнаружен значимый прирост в уровне сформированности данных умений весной по отношению к осеннему замеру (см. Приложение 1), однако это развитие произошло безотносительно программы обучения математике и не демонстрирует значимых различий при оценке совместного влияния. Таким образом, данное умение получило значимое развитие за период обучения в 1-м классе по всем образовательным программам. Это можно интерпретировать с точки зрения того, что умение записывать число объектов, сгруппированных в единицы/десятки и сотни — это то общее, что действительно отрабатывалось во всех программах, поэтому такой прирост и оказался не связан со спецификой программы.

1.2. Арифметические умения

Учащимся предъявлялись 3 типа заданий, которые оценивали умения складывать/вычитать однозначные и двузначные числа и осуществлять поиск неизвестного компонента в выражениях суммы или разности. В ходе анализа совместного влияния программы обучения и прироста в развитии математических умений было выявлено, что в течение учебного года умения **складывать/вычитать однозначные числа** получили значимо большее развитие у детей, обучающихся по программе «Эффективная начальная школа» и программе Петерсон (рис. 1) по отношению к учащимся по другим программам (Лямбда Уилкса = 0,954, $p = 0,008$). Различий между другими программами по приросту данного умения не было обнаружено. Фактически это

можно объяснить существенной интенсификацией программы «Эффективная начальная школа», в которой за 1-й год проходит программа 2 лет традиционной школы. По сути, в данной программе работа с однозначными числами уже стала средством для введения таких понятий как умножение, для умения складывать/вычитать в столбик, а не самостоятельным предметом освоения.

По умению **складывать и вычитать двузначные числа** значимо большую динамику продемонстрировали учащиеся по программе

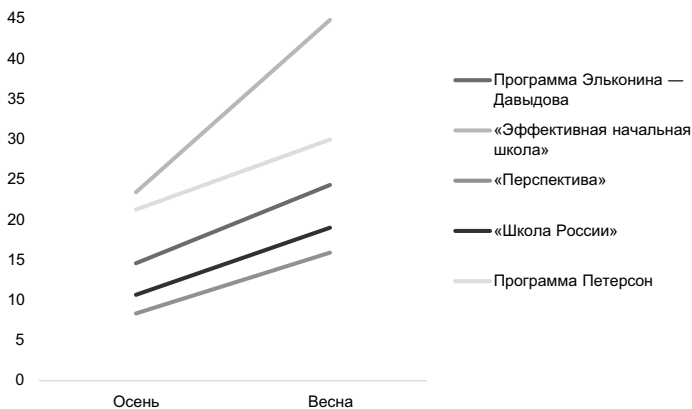


Рис. 1. Анализ различий в развитии умений складывать/вычитать однозначные числа

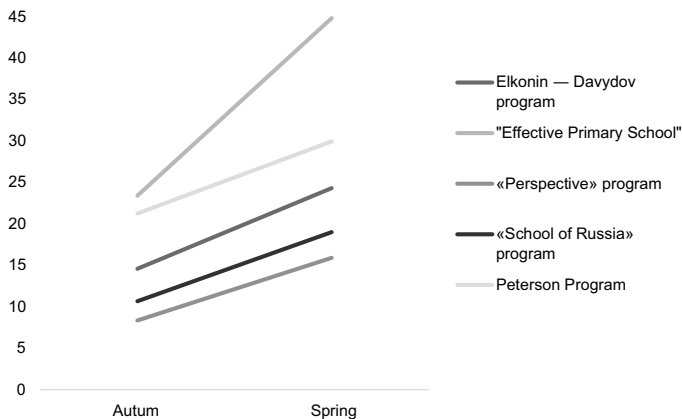


Fig. 1. Analysis of differences in the development of the ability to add/subtract single digits

«Эффективная начальная школа» (рис. 2) по отношению к обучающимся по всем остальным образовательным программам (Лямбда Уилкса = 0,859, $p = 0,000$), объяснение чего аналогично уже приведенному выше (см. 1.2), обусловлено интенсификацией программы «Эффективная начальная школа» по данному направлению. Также наибольшая динамика обнаружена у первоклассников, обучающихся по программам Петерсон и Эльконина-Давыдова по отношению

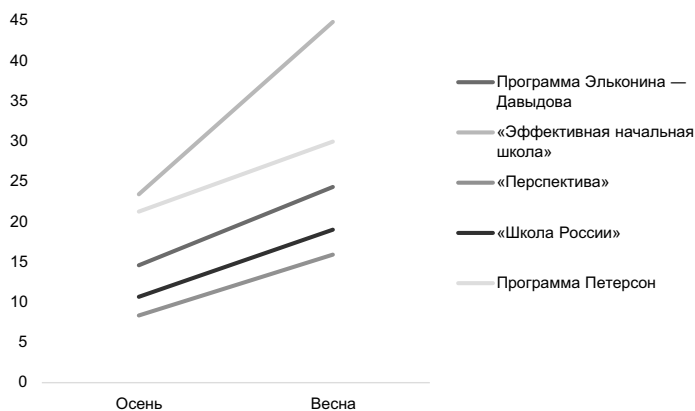


Рис. 2. Анализ различий в развитии умений складывать/вычитать двузначные числа

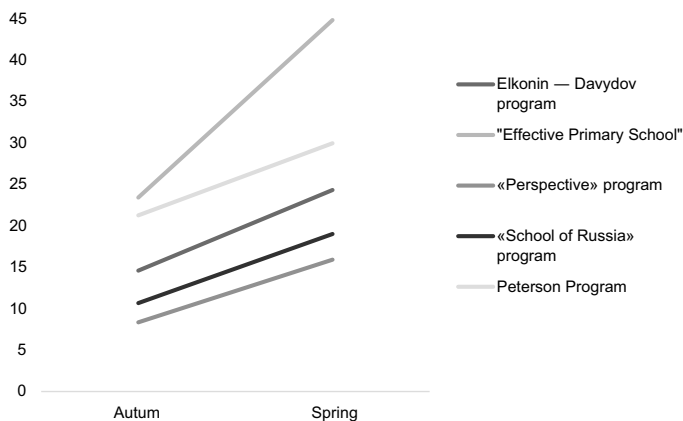


Fig. 2. Analysis of differences in the development of the ability to add/subtract two-digit numbers

к обучающимся по программам «Перспектива» и «Школа России» (Лямбда Уилкса = 0,859, $p = 0,000$) (рис. 2).

Умение осуществлять поиск неизвестного компонента в выражениях суммы или разности получило значимое развитие за период обучения в 1 классе по всем образовательным программам в равной степени (см. Приложение 1), что означает отсутствие вклада специфики программы для формирования данного умения.

1.3. Сравнение чисел

Учащимся предлагались задания на сравнение двух однозначных и двузначных чисел по расстоянию до заданного числа (триады). Обнаружен значимый прирост в уровне сформированности данных умений весной по отношению к осеннему замеру (см. Приложение 1), однако это развитие произошло безотносительно к программе обучения математике и не демонстрирует значимых различий при оценке совместного влияния. Опять же, это означает, что данное умение отрабатывалось в равной степени во всех программах.

2. Оценка динамики развития математических способностей первоклассников, обучающихся по различным образовательным программам, с применением «специфических» заданий

2.1. Измерение меркой

Учащимся предлагались задания на измерение площади прямоугольника при помощи заданной мерки. И, несмотря на то, что на начало года учащиеся, обучающиеся по программе «Эффективная начальная школа» показывали наиболее высокий уровень по данному умению (на 2-м месте учащиеся программы Эльконина-Давыдова, на 3-м — программы Петерсон) (рис. 3), собственно **прирост** по данному умению оказался наибольший у первоклассников 2 программ: «Перспектива» и программа Петерсон (Лямбда Уилкса = 0,966, $p = 0,041$) по отношению ко всем остальным программам. Между программами «Школа России», «Эффективная начальная школа» и «Система Эльконина-Давыдова» различий именно в приросте не обнаружено (хотя исходный уровень был у них очень разный). И если отсутствие прироста по данному умению у первоклассников традиционных программ «Школа России» и «Эффективная начальная школа» вполне объяснимо — в этих программах практически нет заданий на использование мерок, то объяснить такой низкий прирост (при относительно высоком исходном уровне) у учащихся программы «Система Эльконина-Давыдова» гораздо сложнее, ведь с подобным типом заданий дети в течение 1-го года обучения сталкивались. С нашей

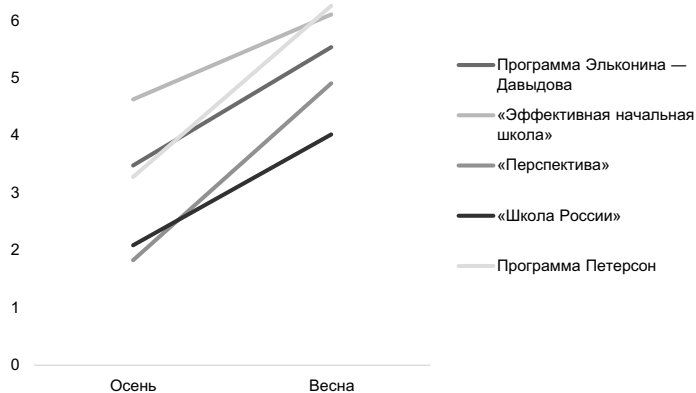


Рис. 3. Анализ различий в развитии умений производить измерение по заданной мерке

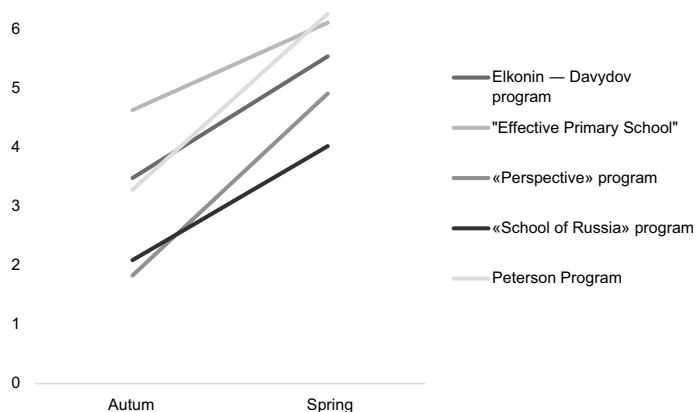


Fig. 3. Analysis of differences in the development of skills to measure by a given measure

точки зрения, ключом к ответу является исходно высокий уровень этих детей по измерению меркой. Мы проводили стартовую диагностику в октябре, когда по программе как раз шло измерение длины, площади и объема (Горбов и др., 2008), затем по этой программе в течение года идет работа с операциями над числами, и к измерению дети возвращаются редко. В то же время в программе «Перспектива» измерение меркой используется (Дорофеев, Миракова, 2020).

2.2. Числовая прямая

Учащимся предлагались задания на оценку умений определять место числа на числовой прямой. Результаты демонстрируют неоднозначную динамику (рис. 4). Так, у учащихся по программам «Эффективная начальная школа», «Перспектива» и «Школа России» было обнаружено значительное снижение баллов по данному заданию. При этом все три образовательные программы статистически

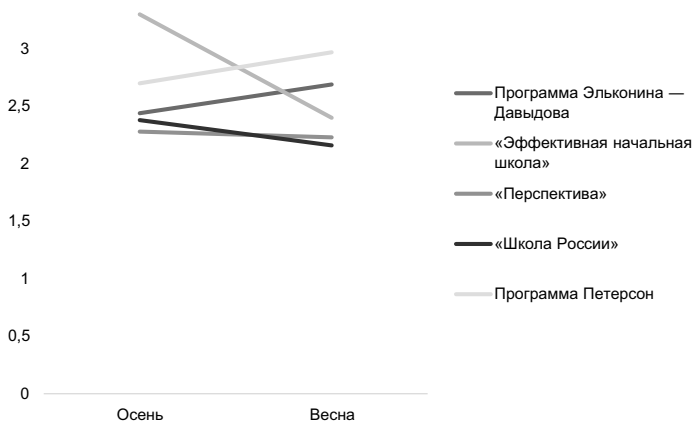


Рис. 4. Анализ различий в развитии умений работать с числовой прямой

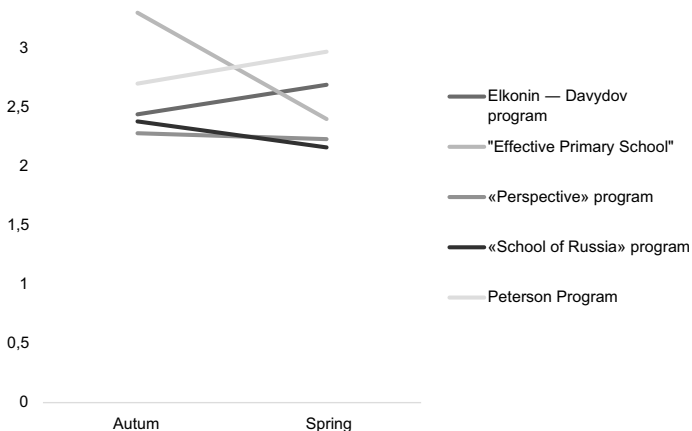


Fig. 4. Analysis of differences in the development of skills to work with a numerical line

значимо отличаются друг от друга. У учащихся по программам «Эффективная начальная школа» данное снижение наиболее значимо по отношению к остальным программам. Прирост в развитии данного умения (Лямбда Уилкса = 0,965, $p = 0,035$) продемонстрировали обучающиеся по программам Петерсон и Эльконина-Давыдова. При этом данные программы по показателям прироста друг от друга отличаются незначительно (см. Приложение 1). Данный результат кажется нам наиболее интересным, поскольку говорит о том, что, несмотря на исходно более высокий уровень обучающихся по программе «Эффективная начальная школа», традиционное содержание данной программы принципиально не отличается от содержания программ «Школа России» и «Перспектива».

Выводы

Проведенное исследование показало, что отбор детей на программы, предполагающие либо повышенный уровень сложности, либо интенсификацию традиционного содержания, оказывается значимым фактором для формирования математических умений, у этих детей они формируются быстрее и легче. Однако факт отбора оказывается незначимым в том случае, если детям предлагаются специфические задания, предполагающие разумное действие с числом (задания на числовую прямую или измерение разными мерками), и здесь уже больший прогресс показывают учащиеся, обучающиеся по программам, где формированию такой разумности уделяется специальное внимание.

В качестве перспектив дальнейшей работы мы считаем необходимым проследить прогресс учащихся в последующие годы их обучения в начальной школе, а также рассмотреть динамику развития совместно с когнитивными способностями учащихся, которые могут опосредовать развитие математических умений и служить значимыми предикторами их развития.

Литература

Александрова Э.И. Математика. 1 класс: учебник. Кн. 1. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2019.

Асланова М.С., Романовская В.С. Разработка и апробация диагностического инструментария для исследования математических способностей младших школьников в разных образовательных средах: устный доклад на XXVIII Международной науч. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов 2021». Секция «Психология» (14–15 апреля 2021 года).

Бабаева Ю.Д. Динамическая теория одаренности. Основные современные концепции творчества и одаренности / Под ред. Д.Б. Богоявленской. М.: Молодая гвардия, 1997.

Бантова М.А., Бельтюкова Г.В., Волкова С.И. и др. Математика. Методические рекомендации. 1 класс. М.: Просвещение, 2017.

Богоявленская Д.Б. Одаренность: ответ через полтора столетия // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. 2010. № 3. С. 3–17.

Веракса А.Н., Васильева М.Д., Ковязина М.С., Бухаленкова Д.А., Гаврилова М.Н., Ощепкова Е.С. Регуляторные функции в развитии речи и математических навыков у дошкольников. Психология саморегуляции: эволюция подходов и вызовы времени / Под ред. Ю.П. Зинченко, В.И. Моросановой. М.; СПб.: Нестор-История, 2020.

Волкова С.И., Моро М.И., Степанова С.В. Математика. 1 класс: Учеб. для общеобразовательных организаций: в 2 ч. Ч. 2. М.: Просвещение, 2020.

Воронцов А.Б. Сборник примерных программ для начальной общеобразовательной школы. М.: Вита-пресс, 2011.

Выготский Л.С. Собрание сочинений: в 6 т. Т. 3. Проблемы развития психики / Под ред. А.М. Матюшкина. М.: Педагогика, 1983.

Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий. Психология как объективная наука М.: Изд-во Ин-та практ. психологии; Воронеж: МОДЭК, 1998.

Горбов С.Ф., Микулина Г.Г., Савельева О.В. Обучение математике. 1 класс. М.: Вита-пресс, 2008.

Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. М.: Педагогическое общество России, 2000.

Дорофеев Г.В., Миракова Т.Н. Математика. Методические рекомендации. 1 класс. М.: Просвещение, 2020.

Ильясов И.И., Симонян М.С. Вариант описания состава общих учебных умений. Мат. Международной науч. конф. «Деятельностный подход к образованию в цифровом обществе». 2018.

Каплунович И.Я., Верзилова Н.И. Учет индивидуальных особенностей мышления при обучении учащихся решению математических задач // Психологическая наука и образование. 2003. Т. 8, № 4. С. 74–80.

Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. М.: Ин-т практ. психологии, МОДЭК, 1998.

Леонтьев А.Н. О формировании способностей // Вопросы психологии. 1960. Т. 1, № 5. С. 7–18.

Моро М.И., Волкова С.И., Степанова С.В. Математика. 1 класс: Учеб. для общеобразовательных организаций: в 2 ч. Ч. 1. М.: Просвещение, 2020.

Павлова В.В. Сравнительный анализ инновационных технологий обучения с позиций деятельностного подхода: дисс. ... канд. психол. наук. М., 2008.

Петерсон Л.Г. Математика. 1–4 классы (система «Учусь учиться») Л.Г. Петерсон). М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2019.

Репкина Н.В. Система развивающего обучения в школьной практике // Вопросы психологии. 1997. № 3. С. 40–50.

Сиднева А.Н. Сопоставительный анализ программ обучения математике в начальной школе с позиций культурно-исторического и деятельностного подхода // Культурно-историческая психология. 2022. Т. 18, № 1. С. 69–78.

Сиднева А.Н., Степанова М.А., Плотнокова В.А. Особенности понимания учебных текстов школьниками 4–8 классов как показатель их умения учиться // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. 2021. № 3. С. 177–198. doi: 10.11621/vsp.2021.03.14

Тихомиров О. К. Психология мышления: учебное пособие. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984.

Холодная М.А. Когнитивные стили. О природе индивидуального ума. СПб.: Питер, 2004.

Цукерман Г.А., Ермакова И.В. Развивающие эффекты системы Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова: взгляд со стороны компетентностного подхода // Психологическая наука и образование. 2003. № 4. С. 56–73.

Barros, R., Bryant, P., Nunes, T., & Sylva, K. (2012). The relative importance of two different mathematical abilities to mathematical achievement. *British Journal of Educational Psychology*, 1 (82), 136–156. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02033.x>

Bartelet, D., Ansari, D., Vaessen, A., & Blomert, L. (2014). Cognitive subtypes of mathematics learning difficulties in primary education. *Research in Developmental Disabilities*, 35 (3), 657–670. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2013.12.010>

Geary, D.C., Bailey, D.H., Littlefield, A. et al. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: A latent class trajectory analysis. *Cognitive development*, 24 (4), 411–429. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.10.001>

Giardino, V. (2010). Intuition and Visualization in Mathematical Problem Solving. Text: electronic. *Topoi*, 1 (29), 29–39. <https://doi.org/10.1007/s11245-009-9064-5>

Lembke, E., & Foegen, A. (2009). Identifying early numeracy indicators for kindergarten and first-grade students. *Learning Disabilities Research & Practice*, 24, 12–20. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2008.01273.x>

Pitta-Pantazi, D., Christou, C., Kattou, M., Kontoyianni, K. (2011). A model of mathematical giftedness: integrating natural, creative, and mathematical abilities. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 11 (1), 39–54.

Sasanguie, D., De Smedt, B., Defever, E., & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *British Journal of Developmental Psychology*, 30 (2), 344–357. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.2011.02048.x>

Schoenfeld, A.H., & Sloane, A.H. (2016). *Mathematical Thinking and Problem Solving*. N.Y.: Routledge.

Siegler, R.S., & Booth, J.L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428–444. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x>

References

- Aleksandrova, E.I. (2019). Mathematics. Grade 1: A textbook (1st book). Moscow: BINOM, Laboratoriya znanii. (In Russ.).
- Aslanova, M.S., & Romanovskaya, V.S. (2021). Development and testing of diagnostic tools for the study of mathematical skills of younger schoolchildren in different educational environments. Oral report at the XXVIII International scientific conf. students, graduate students and young scientists "Lomonosov 2021". Section "Psychology" (April 14–15, 2021). (In Russ.).
- Babaeva, Yu.D. (1997). Dynamic giftedness theory. In Bogoyavlenskaya, D.B. (Eds.), Basic modern concepts of creativity and giftedness (pp. 275–294). Moscow: Molodaya gvardiya. (In Russ.).
- Bantova, M.A., Be'tyukova, G.V., Volkova, S.I. et al. (2017). Mathematics. Methodological recommendations. Grade 1. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.).
- Barros, R., Bryant, P., Nunes, T., & Sylva, K. (2012). The relative importance of two different mathematical abilities to mathematical achievement. *British Journal of Educational Psychology*, 1 (82), 136–156. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02033.x>
- Bartelet, D., Ansari, D., Vaessen, A., & Blomert, L. (2014). Cognitive subtypes of mathematics learning difficulties in primary education. *Research in Developmental Disabilities*, 35 (3), 657–670. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2013.12.010>
- Bogoyavlenskaya, D.B. (2010). Giftedness: an answer in a century and a half. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 14. Psikhologiya (Moscow University Psychology Bulletin)*, 3, 3–17. (In Russ.).
- Veraksa, A.N., Vasil'eva, M.D., Kovyazina, M.S., Bukhalenkova, D.A., Gavrilova, M.N., Oshchepkova, E.S. (2020). Regulatory functions in the development of speech and mathematical skills in preschoolers. In Morosanova, V.I., & Zinchenko, Yu.P. (Eds.), Psychology of self-regulation: evolution of approaches and challenges of time (pp. 197–220). Moscow, Saint-Petersburg: Nestor-Istoriya. (In Russ.).
- Davydov, V.V. (2000). Types of generalization in education. Moscow: Pedagogicheskoe obshchestvo Rossii. (In Russ.).
- Dorofeev, G.V., & Mirakova, T.N. (2020). Mathematics. Methodological recommendations. Grade 1. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.).
- Galperin, P.Ya. (1998). Psychology of thinking and the doctrine of the gradual formation of mental actions. Psychology as an objective science (pp. 272–317). Moscow: Izd-vo In-ta prakt. psihologii; Voronezh: MODEK. (In Russ.).
- Geary, D.C., Bailey, D.H., Littlefield, A. et al. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: A latent class trajectory analysis. *Cognitive development*, 24 (4), 411–429. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.10.001>
- Giardino, V. (2010). Intuition and Visualization in Mathematical Problem Solving. Text: electronic. *Topoi*, 1 (29), 29–39. <https://doi.org/10.1007/s11245-009-9064-5>
- Gorbov, S.F., Mikulina, G.G., & Saveleva, O.V. (2008). Mathematics teaching. Grade 1. Moscow: Vita-press. (In Russ.).
- Il'yasov, I.I., & Simonyan, M.S. (2018). A way to describe the composition of general educational skills. Proceedings of the International scientific conference "Activity approach to education in a digital society" (pp. 153–158). (In Russ.).

Kaplunovich, I.Ya., & Verzilova, N.I. (2003). Accounting for individual features of thinking when teaching students to solve mathematical problems. *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie (Psychological science and education)*, 4 (8), 74–80. (In Russ.).

Kholodnaya, M.A. (2004). Cognitive styles. About the nature of the individual mind. Saint Petersburg: Piter. (In Russ.).

Krutetskii, V.A. (1998). Psychology of mathematical abilities of schoolchildren. Moscow: Institut prakticheskoi psikhologii, MODEK. (In Russ.).

Leontiev, A.N. (1960). About the formation of abilities. *Voprosy psikhologii (Questions of psychology)*, 1 (5), 7–18. (In Russ.).

Lembke, E., & Foegen, A. (2009). Identifying early numeracy indicators for kindergarten and first-grade students. *Learning Disabilities Research & Practice*, 24, 12–20. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2008.01273.x>

Moro, M.I., Volkova, S.I., Stepanova, S.V. (2020). Mathematics. Grade 1. Textbook for educational organizations (1st part). Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.).

Pavlova, V.V. (2008). Sravnitel'nyi analiz innovatsionnykh tekhnologii obucheniya s pozitsii deyatelnostnogo podkhoda: Diss. ... kand. psikhol. nauk. (Comparative analysis of innovative learning technologies from the standpoint of the activity approach: dissertation). Ph.D. (Psychology). Moscow. (In Russ.).

Peterson, L.G. (2019). Mathematics. Grades 1–4. (“Learn to learn” system by Peterson, L.G.). Moscow: BINOM, Laboratoriya znanii. (In Russ.).

Pitta-Pantazi, D., Christou, C., Kattou, M., Kontoyianni, K. (2011). A model of mathematical giftedness: integrating natural, creative, and mathematical abilities. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 11 (1), 39–54.

Repkina, N.V. (1997). The developmental education system in school practice. *Voprosy psikhologii (Questions of psychology)*, 3, 40–50. (In Russ.).

Sasanguie, D., De Smedt, B., Defever, E., & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *British Journal of Developmental Psychology*, 30 (2), 344–357. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.2011.02048.x>

Schoenfeld, A.H., & Sloane, A.H. (2016). Mathematical Thinking and Problem Solving. New York: Routledge.

Sidneva, A.N. (2022). Comparative analysis of mathematics teaching programs in primary school from the position of cultural-historical and activity approach. *Kul'turno-istoricheskaya psikhologiya (Cultural-historical psychology)*, 1 (18), 69–78. (In Russ.).

Sidneva, A.N., Stepanova, M.A., Plotnikova, V.A. (2021). Reading comprehension of educational texts among 4–8 grades students as indicator of their ability to learn. *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 14. Psikhologiya (Moscow University Psychology Bulletin)*, 3, 177–198. doi: 10.11621/vsp.2021.03.14 (In Russ.).

Siegler, R.S., & Booth, J.L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428–444. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x>

Tikhomirov, O.K. (1984). Psychology of thinking: A textbook. Moscow: Izd-vo Mosk. un-ta. (In Russ.).

Volkova, S.I., Moro, M.I., Stepanova, S.V. (2020). Maths. Grade 1: A textbook. for general education organizations (2nd part). M.: Prosveshchenie. (In Russ.).

Vorontsov, A.B. (2011). Collection of exemplary programs for elementary general education schools. Moscow: Vita-press. (In Russ.).

Vygotsky, L.S. (1983). Problems of Mental Development (3rd ed.). Moscow: Pedagogika. (In Russ.).

Zukerman, G.A., & Ermakova, I.V. (2003). Developmental effects of the D.B. El'konin — V.V. Davydov system: a view from the competence approach. *Psikhologicheskaya nauka i obrazovanie (Psychological Science and Education)*, 4, 56–73. (In Russ.).

Статья получена: 13.05.2022;

принята: 02.06.2022;

отредактирована: 20.07.2022.

Received: 13.05.2022;

accepted: 02.06.2022;

revised: 20.07.2022.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Сиднева Анастасия Николаевна — кандидат психологических наук, старший научный сотрудник кафедры психологии образования и педагогики факультета психологии Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, asidneva@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9815-9049>

Асланова Маргарита Сергеевна — научный сотрудник кафедры психологии образования и педагогики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова; ассистент кафедры педагогики и медицинской психологии Первого Московского государственного медицинского университета имени И.М. Сеченова Министерства здравоохранения Российской Федерации, simomargarita@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3150-221X>

Бухаленкова Дарья Алексеевна — кандидат психологических наук, доцент кафедры психологии образования и педагогики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, d.bukhalenkova@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4523-1051>

ABOUT AUTHORS

Anastasia N. Sidneva — PhD in Psychology, Researcher, the Department of Psychology of Education, Faculty of Psychology, Lomonosov Moscow State University, asidneva@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9815-9049>

Margarita S. Aslanova — Researcher, the Department of Psychology of Education, Faculty of Psychology, Lomonosov Moscow State University; Assistant, the Department of Education and Clinical Psychology, Sechenov First Moscow State Medical University of the Ministry of Healthcare of the Russian Federation, simomargarita@ya.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3150-221X>

Darya A. Bukhalenkova — PhD in Psychology, Associate Professor, Researcher, the Department of Psychology of Education, Faculty of Psychology, Lomonosov Moscow State University, d.bukhalenkova@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4523-1051>

Приложение 1

Таблица

Динамика сформированности математических умений у первоклассников, обучающихся по разным образовательным программам, в конце учебного года по отношению к его началу

Диагностируемое умение	Программа Эльконина-Давыдова	«Эффективная начальная школа»	«Перспектива»	«Школа России»	Программа Петерсон
	Динамика весна-осень	Динамика весна-осень	Динамика весна-осень	Динамика весна-осень	Динамика весна-осень
Позиционная запись числа (min = 0; max = 16)	5,36	5,84	4,76	4,74	4,17
Измерение меркой (min = 0; max = 8)	2,06	1,48	3,08	1,93	2,98
Умения складывать/вычитать однозначные числа (% верных)	22,91	20,13	15,86	21,51	27,73
Умения складывать/вычитать двузначные числа (% верных)	9,73	21,42	7,56	8,34	8,7
Умения осуществлять поиск неизвестного компонента в выражениях суммы или разности (% верных)	15,51	16,17	15,97	17,97	15,67
Числовая прямая (min = 0; max = 4)	0,25	-0,9	-0,05	-0,22	0,27
Числовая прямая. Задания с ловушкой (min = 0; max = 4)	0,08	-0,1	-0,31	-0,1	0,01
Сравнение простых чисел (min = 0; max = 12)	0,72	-0,01	1,47	0,74	0,39
Сравнение двузначных чисел (min = 0; max = 12)	2,78	2,14	1,75	2,24	1,71

Appendix 1

Table

The dynamics of the formation of mathematical skills in first-graders in different educational programs at the end of the academic year in relation to the beginning of the academic year

Type of mathematical skills	Elkonin-Davydov program	«Effective Primary School»	«Perspective» program	«School of Russia» program	Peterson Program
	Dynamics spring-autumn	Dynamics spring-autumn	Dynamics spring-autumn	Dynamics spring-autumn	Dynamics spring-autumn
Positional notation of a number (min = 0; max = 16)	5.36	5.84	4.76	4.74	4.17
Measuring (min = 0; max = 8)	2.06	1.48	3.08	1.93	2.98
Ability to add/subtract single digit numbers (%)	22.91	20.13	15.86	21.51	27.73
Ability to add/subtract two-digit numbers (%)	9.73	21.42	7.56	8.34	8.7
Ability to search for an unknown component in sum (%)	15.51	16.17	15.97	17.97	15.67
Number line (min = 0; max = 4)	0.25	-0.9	-0.05	-0.22	0.27
Number line. Task with traps (min = 0; max = 4)	0.08	-0.1	-0.31	-0.1	0.01
Comparison of single digit Numbers (min = 0; max = 12)	0.72	-0.01	1.47	0.74	0.39
Comparison of two-digit numbers (min = 0; max = 12)	2.78	2.14	1.75	2.24	1.71