

Н. Г. Салмина

ПРОГРАММА ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ И ОПЫТ ЕЕ РЕАЛИЗАЦИИ В ПРАКТИКЕ ОБУЧЕНИЯ

В статье дается описание лонгитюдного эксперимента, проведенного в 1965—1970 гг. с учащимися школы № 1 г. Москвы (с 1-го по 4-й класс). Освещается программа формирования математических понятий в начальной школе, созданная под руководством и при непосредственном участии П.Я. Гальперина. Показано, что реализация данной программы в условиях массового эксперимента позволила не только получить высокие результаты усвоения материала учащимися, но и сделать психологические выводы относительно принципов построения учебных предметов и организации деятельности на основе теории поэтапного формирования умственных действий.

Ключевые слова: теория поэтапного формирования умственных действий (ТПФУД), пропедевтическая программа, начальная ориентировка, обобщенные схемы, способность к свертыванию действия, совмещение форм действия.

The description of the longitudinal experiment (1965—1970) which was conducted in N 1 Moscow school with primary pupils (year 1—year 4) is discussed in the article. In addition, the P.Ya. Galperin's program of forming of initial mathematical concepts is described. The results have demonstrated high achievements in academic performance. More importantly, psychological conclusions concerning principles of organization of the school subjects and organization of the activity based on theory of forming of mental actions were drawn.

Key words: theory of planned stage-by-stage formation of mental actions, propaedeutic program, initial orientation, generalized schemes, ability to clot actions, combination of forms of action.

Теория поэтапного формирования умственных действий (ТПФУД) с самого начала представляла собой систему со своим категориальным аппаратом, созданную П.Я. Гальпериным на основе

Салмина Нина Гавриловна — докт. психол. наук, профессор учебного Центра по переподготовке специалистов высшей школы при кафедре психологии образования и педагогики ф-та психологии МГУ имени М.В. Ломоносова. *E-mail:* salmina2005@yandex.ru

нового подхода к анализу и исследованию таких фундаментальных проблем, как предмет психологии, методы исследования психики, механизмы развития и закономерности формирования психической деятельности.

Защита П.Я. Гальпериным (1965) докторской диссертации формально завершила дискуссии, касающиеся поэтапности формирования умственных действий (прежде всего обязательности материального или материализованного этапа) и типов ориентировки и учения. Однако в силу того что П.Я. Гальперин рассматривал свою теорию как открытую систему, постоянно развивая ее, обсуждая новые идеи на лекциях, выступлениях, организуя новые дискуссии, она и в дальнейшем продолжала вызывать теоретический и практический интерес. А.И. Подольский (2007) характеризует ТПФУД как детально разработанную систему положений о механизмах и условиях сложных многоплановых изменений, связанных с образованием у человека новых образов, действий и понятий. Анализируя эту систему на методологическом, теоретическом и операционально-технологическом уровнях, он включает в последний параметры действия и подсистемы, обеспечивающие результативность применения данной технологии.

На протяжении всего периода работы над теорией П.Я. Гальперина на самом разном материале были проведены экспериментальные исследования, нацеленные на определение условий, позволяющих управлять формированием умственного действия с заданными свойствами; на доказательство того, что шкала поэтапного формирования имеет общее значение; на анализ роли действия с предметами, условий процесса переноса действий в умственный план и параметров, по которым осуществляются преобразования действий. «Главную линию изменений составляет движение по уровням: от материального к громкоречевому, а от него к умственному» (Гальперин, 1965, с. 10). Во многих экспериментах, где в качестве материала для обучения бралось введение 7—8-летних детей в тот или иной учебный предмет, были обнаружены значительные различия в качестве знаний и умений, а также в отношении учащихся к предмету усвоения и процессу учения при разных типах ориентировки. Эти результаты были получены при обучении (начальной) арифметике (В.В. Давыдов), начальной грамматике (Л.И. Айдарова) и формировании графических умений (Н.С. Пантина) и др.

Одним из таких исследований был лонгитюдный эксперимент, осуществленный нами под руководством и при непосредственном участии П.Я. Гальперина и направленный на изучение формирования математических понятий в начальной школе (Салмина, Сохина, 1975). Эксперимент проводился с 1965 по 1970 г. с учащимися двух классов школы № 1 г. Москвы, в каждом из которых было по 42—43 учащихся.

При подготовке, проведении и анализе результатов эксперимента основное внимание было сосредоточено на выстраивании курса начальной математики и качестве формируемых умений. Это требовало участия математиков. Консультации проводились с крупнейшими математиками Б.В. Гнеденко, А.И. Маркушевичем, который поддерживал идеи П.Я. Гальперина в содержательном построении курса начальной математики и способствовал разрешению эксперимента, что в тот период было чрезвычайно сложным. Непосредственное участие в работе принимал и Л.М. Фридман, который включился в нашу группу уже на этапе реализации программы в школе.

Этот эксперимент был, наверное, наиболее масштабным как по длительности, так и по полученным позитивным результатам, относящимся не только к построению курса, но и к организации деятельности учащихся по усвоению материала. Аналогичные эксперименты в то время проводились только по системам Д.Б. Эльконина—В.В. Давыдова и Л.В. Занкова. Эксперимент по формированию начальных математических понятий показал возможность применения ТПФУД в массовом обучении, поставил ряд проблем, выступивших предметом дальнейших исследований, однако не стал предметом активного обсуждения и анализа с точки зрения особенностей организации деятельности учащихся на основе ТПФУД в условиях массового обучения.

Однажды, спустя какое-то количество лет после окончания эксперимента, П.Я. Гальперин спросил меня: «Как могло получиться, что Алексей Николаевич (Леонтьев) не знает про эксперимент? Он считает, что ТПФУД может использоваться только для лабораторных исследований» и предложил написать статью про этот эксперимент. Я не стала ее писать, поскольку считала, что это едва ли бы изменило позицию А.Н. Леонтьева. Вместе с тем какие-то результаты, касающиеся познавательного развития учащихся и его показателей, организации деятельности, этапов, которые тогда были для проведения эксперимента существенными, но вместе с тем выступали для нас в то время закономерными и заложенными в ТПФУД и потому не требовавшими пояснения и анализа, в дальнейших исследованиях, проводимых под руководством П.Я. Гальперина, стали предметом специального изучения и приобрели не столь однозначное понимание. Поэтому есть необходимость вернуться к обсуждению результатов этого эксперимента.

Программа курса начальной математики (создание и реализация в экспериментальном обучении)

На момент начала нашего эксперимента, с одной стороны, уже были получены успешные результаты по формированию **отдельных умений**, показывающие возможности ТПФУД в области обучения,

с другой стороны, практика обучения, прежде всего в начальной школе, создавала много трудностей для учащихся. Предпринимаемые меры помощи в школьном образовании не снимали проблем, источник которых П.Я. Гальперин видел в неадекватном построении учебных предметов: «Нельзя разумно учить учебному предмету, если он сам построен неразумно» — писал он в 1973 г. в статье «Разумность действий и предмет науки» (Гальперин, 1998, с. 331). И действительно, в программе по математике в начальной школе числа и действия с ними вводились так и в таком объеме, что понимание учащимися изучаемого не могло быть обеспечено: первый класс — числа в пределах 20, второй класс — в пределах 100, третий класс — в пределах 1000. Вся десятичная система изучалась в 5-м классе, а до этого учащиеся должны были совершать все арифметические действия с числами, не понимая того, что такое число, не различая число и цифру, что можно было сделать только через заучивание, против использования которого очень активно выступал П.Я. Гальперин. К этому времени были проведены совместные с Л.С. Георгиевым эксперименты, которые, с одной стороны, определили новое направление дальнейших исследований в ТПФУД — объяснение этапов психического развития и ограничений в возможностях ребенка, в частности описываемых в учении Пиаже о развитии мышления, с другой стороны, открыли путь построения курса начальной математики: до обучения числам и арифметическим действиям должна быть введена пропедевтическая программа, которая бы выступала базой всего последующего обучения. Ее реализация должна создавать у детей новую ориентировку в изучаемых количественных явлениях, новое видение объектов, определяющее способ действия с ними. Исходным выступило понятие меры, с помощью которого в измерении осуществлялась количественная оценка величин, происходило преобразование конкретной величины в конкретное множество. «Лебег и Колмогоров утверждают, что в процессе обучения измерение есть единственно строгий способ введения и развития учения о числе, о разных числах. Вместе с тем измерение есть психологически действенный путь к познанию множеств и чисел, в высшей степени убедительный для субъекта: он сам производит результат и видит, как он получается. Поэтому мы начинаем с измерения. Для измерения нужна мера» (Гальперин, 1985, с. 321). При отработке измерения существенным было то, что каждый шаг измерения отмечается меткой и через взаимно однозначное их соотнесение определяется отношение между множествами. Таким образом, в **пропедевтической** программе **до введения числа** отрабатываются действие **измерения** на основе **меры**, **операция взаимно однозначного соотнесения** (которой Пиаже также придавал огромное значение при овладении математическими структурами) и понятие

отношения (больше, меньше, равно). П.Я. Гальперин объясняет необходимость такой пропедевтики следующим образом: «Главное в этом обучении — это, во-первых, теоретическое разделение конкретного объекта на многие и разные величины и, во-вторых, представление каждой такой величины, т.е. каждого простого свойства вещи, в виде множества... Такое преобразование картины вещей означает революцию в мышлении ребенка» (там же, с. 323). Это и было показано в экспериментах Л.С. Георгиева, а в дальнейшем и в других и в нашем экспериментах. **Основной** курс, включающий формирование понятия числа и умения решать задачи, построен на тех же исходных понятиях: десяток как новая мера, в которой десять раз уложилась прежняя, каждый новый разряд рассматривался как новая мера счета, а соотношение разрядов — это соотношение мер, десятичные дроби — это разряды вправо, простые дроби — это равные части составной меры.

Идея П.Я. Гальперина при построении программы и проведении экспериментального обучения состояла в том, чтобы после пропедевтического этапа дать **первоклассникам** десятичную систему счисления в пределах миллиардов, чтобы они могли понять десятичный принцип построения системы. Предварительно в течение двух лет (конец 1962 — август 1965 г.) шла интенсивная подготовка этого эксперимента — создавалась программа по математике для начальных классов и осуществлялась ее проверка по отдельным разделам в условиях индивидуального обучения и малых групп. Подготовка включала и организацию моих систематических посещений в течение года уроков математики в первом классе московской школы № 91, где уже проводился эксперимент Д.Б. Эльконина и В.В. Давыдова. Курс по математике В.В. Давыдова был близок по концептуальным психологическим установкам и исходным математическим понятиям (понятие величины) экспериментальному курсу, создаваемому П.Я. Гальпериным.

Экспериментальное обучение началось в 1965 г. и закончилось в 1969 г., и еще один год отслеживалось дальнейшее обучение детей в 5-м классе. Психологическая цель эксперимента — определение условий, позволяющих управлять формированием умственного действия с заданными свойствами — лучше всего выражена самим П.Я. Гальпериным. Он считал, что все приобретения в процессе учения можно разделить на две неравные части. Одну составляют общие схемы вещей, которые обуславливают новое их видение и новое мышление о них, другую — конкретные факты и законы изучаемой области, конкретный материал науки. Только в том случае, когда создаются условия для формирования тех обобщенных схем, которые становятся объединяющими схемами отдельных действий, новыми структурами мышления, можно говорить, что это тот тип

учения, при котором приобретение знаний происходит вместе с интеллектуальным развитием учащихся.

Уже первый год эксперимента дал очень высокие результаты. К концу первого года обучения дети усвоили большую часть программы начальной школы: количественный и порядковый счет, поединичный (с умением образовывать каждое следующее и предыдущее число) и групповой — от любого числа (как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения числового ряда); взаимоотношение рядов, перевод чисел, выраженных единицами одного какого-либо разряда в единицы другого, определение (как устное, так и через запись) состава любого числа через указание разрядных единиц; действия сложения и вычитания с переходом и без перехода через разряд на числах любого разряда как письменно, так и устно; приемы устного счета (округлением, перестановкой); составление таблицы умножения на любое число в пределах 100, умножение и деление круглых десятков и сотен; названия и нахождение компонентов сложения и вычитания, а также зависимость изменения результатов действия от изменения данных.

Учащиеся свободно оперировали формулами в буквенном виде. Как обнаружилось, для них не имело принципиального значения, в какой форме, буквенной или числовой, нужно было выразить какую-либо зависимость. Дети овладели и постоянно пользовались переместительным и сочетательным законами с возможностью словесно формулировать их. Большой объем хорошо понимаемого детьми материала служил показателем осознанности усвоения его учащимися. Результаты реализации разработанной программы дали основание к проведению обучения в следующих классах начальной школы. За 2,5 года экспериментального обучения был усвоен математический материал, соответствующий программе 1—5 классов: учащиеся хорошо овладели принципами построения десятичной системы счисления, что привело не только к пониманию теории, но и к высокому уровню вычислительной техники во всех арифметических действиях в пределах миллиардов (с целыми числами и дробями обыкновенными и десятичными). При переходе к решению задач (что мы осуществили позднее, уже после освоения системы счисления), несмотря на сохранение традиционной программы в этой части, учащиеся легко освоили способы анализа и решения, и можно говорить о сформированности у них обобщенного умения решать арифметические задачи. П.Я. Гальперин пишет об этом так: «Перенос этих разнообразных и только в действии приобретенных знаний оказался в неожиданно легком усвоении дальнейших, все более сложных разделов курса начальной математики и в удивительно легком переходе к решению задач, чему мы собственно уже не учили и что “по механизму” представляется нам еще недостаточно ясным» (Гальперин, 1998, с. 27).

В дальнейшем учащиеся, прошедшие экспериментальное обучение, сохранили высокую успеваемость, прежде всего по математике, до конца обучения в школе. С 1970 по 1980 г. разработанные нами программы по математике использовались в начальных классах школ г. Ижевска по инициативе самих учителей. Сначала работа была начата только в одной школе № 52, через два года экспериментальное обучение было введено еще в трех школах, а позднее во всех школах Индустриального района г. Ижевска.

Что дал эксперимент?

В этом эксперименте (как и в последующих) были получены важные данные, уточняющие или расширяющие существовавшие представления о формировании понятий на основе ТПФУД в условиях массового обучения: о роли начальной ориентировки, этапности и ее организации, контроле движения учащихся по уровням, учете особенностей исходного уровня и соответственно обеспечении индивидуализации темпа продвижения каждого учащегося в освоении нового материала и др. Рассмотрим более подробно полученные данные.

1. Была выявлена роль начальной ориентировки, которая определяла весь процесс учения. П.Я. Гальперин связывал эту роль с очень быстрым образованием у детей 7—8 лет, только начинающих обучаться, способа видения нового объекта, установка, создающаяся уже на первых заданиях и соответствующий ей способ действия. Первый и основной результат, касающийся содержания построенной программы, заключался в правильности позиции П.Я. Гальперина в отношении исходных понятий, выделенных в пропедевтический этап. Они, реально выступая базовыми, конструирующими учебный предмет средствами ориентировки при изучении всего математического материала, создали основу для формирования у учащихся обобщенных схем, что проявилось в усвоении первоклассниками принципов построения десятичной системы и легком их переносе на понимание десятичных дробей и действий с ними (включая умножение и деление, вызывающие обычно трудности у детей), а также на решение задач и др. В статье «Разумность действий и предмет науки» П.Я. Гальперин, подводя итоги своих работ по конструированию различных учебных предметов, пишет, что одно из препятствий к изучению материала составляет отсутствие четкого представления о предмете изучения. «Нельзя учить разумно, если сам предмет представлен неразумно. И первым условием его разумного изложения является выделение этого предмета из пестрого многообразия исходного материала, ... выделение специфического предмета науки производит двухполюсное действие: в предмете — открывает оптимальные возмож-

ности его изучения, в мышлении — намечает качественный сдвиг его развития» (Гальперин, 1998, с. 332). Выделение с самого начала предмета изучения ведет к пониманию ребенком предлагаемых ему задач, что обеспечило не только позитивные сдвиги в познавательном развитии, но и изменение отношения к учебной деятельности. В ряду критериев развития следует отметить сдвиги в мотивации, выразившиеся в большом интересе учащихся к математике, начиная с первого класса, что проявлялось в том числе в просьбах дать задания на дом (наше обучение не предусматривало домашних заданий). Мы разрешали им придумывать самим задания на арифметические действия. Характерно, что чаще всего они использовали большие многозначные числа, буквально на всю строчку тетрадей. Гордость за овладение такими умениями у наших учащихся подогревалась еще и тем, что в семьях, где были старшие на 1—2 года дети, учившиеся во вторых, третьих классах, не понимавшие этих заданий, возвышалось наших детей. Формирование обобщенных схем позволяло им легко осваивать новый материал и решать задачи разного типа. Следует особо выделить изменения по параметру развернутости-свернутости. Предметом изучения первоклассниками был чрезвычайно сложный для этого возраста материал. Это — формирование на пропедевтическом этапе фундаментальных операций: измерение с мерой, взаимно однозначное соответствие и понятие отношения. На основном этапе дети осваивали принципы построения десятичной системы счисления, числа в пределах миллиардов. Отсюда развернутость действий была одним из необходимых условий понимания логики действия и овладения материалом всеми детьми. По мере отработки действий происходило их свертывание. Примером свертывания, наблюдавшегося у учащихся при переходе к решению задач, была запись и решение задач не по отдельным действиям, а в виде выражения, объединявшего все действия. Интересно, что эти параметры выделяются не только в ТПФУД, способность к свертыванию процесса и обобщенность рассматриваются в психологии как связанные между собой компоненты общих интеллектуальных и математических способностей (Крутецкий, 1968; Рубинштейн, 1960), которые при реализации нашей обучающей программы проявлялись у многих учащихся.

2. Эксперимент уточнил и расширил представления об этапности в условиях массового обучения, показал необходимость контроля за движением каждого учащегося по уровням и организации деятельности по решению учебной задачи с учетом особенностей исходного уровня ученика, индивидуализацией темпа его продвижения в освоении материала. Рассмотрим организацию уровней действия. Согласно ТПФУД, формирование любого действия начинается с «построения оптимальной исходной формы нового действия

(с помощью которого формируются представления и понятия о его объектах)» (Гальперин и др., 1978, с. 109), с последовательным прохождением ряда этапов — от материального (материализованного) через разные формы речевого к умственному. Каждый из этапов требует средств, которые бы позволили формировать действия и понятия с заданными свойствами. Возраст определяет специфику реализации каждого этапа. Материальное (материализованное) действие предполагает реальное преобразование объекта, ведущее к выделению свойств объектов, закономерностей, и включает обязательное использование учебных карт. Поскольку эксперимент проводился с детьми, пришедшими в первый класс и не умеющими читать, то учебные карты не вводились. Главный результат эксперимента в отношении форм действия и последовательности их отработки у младших школьников был в смещении этапности, а именно **не последовательная** отработка каждого этапа, а с самого начала **совмещение форм действия** — материальной, материализованной и речевой. Определяющим понимание учащимися принципов построения десятичной системы счисления оказалось предметное действие, реальное преобразование объектов. Это было и в измерении и в освоении разрядного принципа десятичной системы счисления. Однако выполнение действий и преобразование объектов без их фиксации в схемах, знаках затрудняло выделение детьми существенных свойств и закономерностей. Выделение и освоение принципов построения десятичной системы счисления, разрядности происходило в действиях по упаковке палочек (образованию и рассыпанию разрядных единиц) с самого начала в разрядной сетке (схеме типа абака) с обозначением разрядов и классов. Отработка разрядного принципа в предметных действиях проводилась сначала только на числах класса единиц. Как только ребенок понимал этот принцип, он легко переносил его на другие классы (тысяч, миллионов, миллиардов). Следует отметить огромные индивидуальные различия во времени, потребовавшемся для освоения этого принципа на материально-материализованном уровне (на котором ни одно задание не выполнялось без предметных действий): минимальное — месяц (у трети класса), максимальное — год (у части детей с низким исходным уровнем), что требовало постоянной дифференциации заданий. Это поставило перед нами в конце первого года эксперимента вопрос: нужно ли давать детям с низким исходным уровнем столь сложный и так трудно ими осваиваемый материал? Результаты эксперимента показали, что нужно. В следующих классах не было детей, получающих низкие оценки (и даже три балла) по итоговым контрольным работам.

Организация этапа материально-материализованного этапа (объединенное название вводится не потому, что мы не различаем

эти формы, а потому, что их нецелесообразно было разъединять на начальном этапе формирования понятий) была наиболее сложной и требующей контроля, поскольку нельзя застревать на промежуточных формах и доводить их до автоматизации. Отсюда шел очень тщательный подбор материализованных средств с точки зрения возможностей не только организации адекватного предметного действия, но и снятия этих средств в необходимый момент (для перевода действия в другие формы). Поэтому, например, так любимый детьми счет на своих пальцах нельзя было допускать из-за невозможности снятия такой материализации (когда детям не разрешают считать на пальцах, они пытаются это делать, держа руки под партой или за спиной).

Совмещение форм действия распространялось и на **речевую форму**. Она выступала как речевое сопровождение материально-материализованного действия — «**проговаривание**» (действия). «Делаю и говорю», «пишу и говорю» — были правилами работы на уроках. Несмотря на малопривлекательное название (в системе В.В. Давыдова развитие речевой деятельности включено как организация «дискуссии»), ее значение на этом и последующих этапах огромно. В этой связи интересно сопоставить данную речевую форму с ее более ранней. «Как только ребенок приобретает способность “мыслить с помощью речи”, примерно в возрасте между двумя и тремя годами жизни, он, делая что-либо, в то же время проговаривает, что он “делает это”... речь становится средством для существования альтернативной “репрезентативной” реальности... Этот новый вид реальности верно или неверно, но отражает внешний мир»... «в отличие от произвольного поведения и других психических функций, таких как мышление или социальное поведение... процесс “речевого дублирования” поведения ребенка не является произвольным», — пишут Е.В. Субботский и О.Б. Чеснокова (2011, с. 9). Проговаривание, организуемое при формировании понятий, — это развитие связной речи, которое находится у большинства в этом возрасте на достаточно низком уровне не только по речевым характеристикам, но и по произвольности. П.Я. Гальперин, признавая ведущую роль речи в процессе интериоризации, предъявлял к организации проговаривания очень серьезные требования. Несмотря на то что он все время подчеркивал, что это должна быть социализированная речь, речь для другого, понятная другому (отсюда организация работы парами), но также и свободная, естественная, а не формульная речь. Ребенок ничего не должен заучивать, а постепенно будет переходить на научный язык. Следует отметить, что формирование научной речи требовало очень больших усилий и, может быть, более сложной организации, чем материально-материализованное действие. Математический язык был предметом нашего пристального внимания

на всех этапах обучения, на которых речь меняла свои функции (от сопровождающей, комментирующей действие, к рассуждению, обоснованию планируемых действий).

Таким образом, совмещение разных форм действия на начальном этапе создает ориентировку на существенное, приводит к осознанию, пониманию и обобщению усваиваемого. Дальнейшие преобразования ведут к выделению в качестве самостоятельных знаково-символических (материализованных) и речевых форм действия с постепенным их переводом в умственный план.

3. Эксперимент показал значительную роль материализации, необходимости отбора средств формирования различных действий. Большое место в нашем обучении занимали схематизированные средства, знаки. Несмотря на то что в конечном итоге наши учащиеся освоили все вводимые нами средства, без которых невозможно было бы овладеть таким массивом умений, надо признать, что возникло много трудностей в освоении символики и схематизированных средств (например, понимание того, что метка — это знак одного шага измерения). В литературе есть противоречивый материал относительно легкости-трудности овладения детьми знаками, схемами. Так, А.К. Звонкин при обучении дошкольников математике зафиксировал у них большие трудности в оперировании знаками: «Идея “значков” оказалась поразительно чуждой детям» (Звонкин, 1990, с. 87). Н. Пикар (Picard, 1976) в фундаментальном исследовании процесса и результатов реализации своего курса начальной математики, в котором основным средством усвоения детьми сложнейшего материала было использование символов и работа с разными типами схем (дерево, диаграммы Венна—Эйлера, таблицы, различные виды графов), обнаружила трудности в использовании лишь некоторых схем (прежде всего, диаграмм Эйлера). В принципе, с ее точки зрения, схематизация — это первый этап математизации, который ведет к подготовке овладения математическим языком. Интересный для нашего экспериментального исследования материал приводит М. Коул. Он пишет об организации и следствиях владения абаксом в Японии (вариант которого был использован в нашем эксперименте). «В результате обширного обучения действия на абаксе имеют тенденцию интериоризироваться до такой степени, что большинство мастеров абакса могут без физически представленного абакса вычислять точно и еще быстрее, чем непосредственно с самим инструментом... Очевидно...они способны представлять промежуточное и итоговое число на своем “умственном абаксе” в форме умственного образа конфигураций...» (Коул, 2007, с. 12). Эти примеры подчеркивают необходимость подбора адекватных средств, позволяющих детям осваивать новые операции. Определяющими выбор адекватных средств должны стать, с одной стороны, дети, их успешность, с другой стороны — те

психологические принципы, которые дают возможность увидеть в сложных явлениях предмет усвоения.

Основной вывод относительно конкретной реализации материальных (материализованных) и речевых форм действия, времени протекания этапов и средств организации материального и речевого этапов определяется возрастом, исходным уровнем детей, задачами усвоения, конкретным материалом. Задачи, стоящие в обучении, как и материал, на котором осуществляется работа с детьми, определяют требования к организации этапов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Гальперин П.Я. Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий»: Доклад на соиск. учен. степ. докт. пед. наук (по психологии) по совокупности работ. М., 1965.

Гальперин П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. М., 1985.

Гальперин П.Я. Разумность действий и предмет науки // Гальперин П.Я. Психология как объективная наука. Избранные психологические труды / Под ред. А.И. Подольского. М.; Воронеж, 1998. С. 318—332.

Гальперин П.Я., Запорожец А.В., Карпова С.Н. Актуальные проблемы возрастной психологии. М., 1978.

Звонкин А.К. Абстракция с языковой поддержкой // Язык и структура знания / Редкол.: Р.М. Фрумкина (отв. ред.) и др. М., 1990. С. 86—95.

Коул М. Переплетение филогенетической и культурной истории в онтогенезе // Культурно-историческая психология. 2007. № 3. С. 3—16.

Крутецкий В.А. Психология математических способностей. М., 1968.

Подольский А.И. Система психологии П.Я. Гальперина // Труды кафедры возрастной психологии факультета психологии МГУ. Вып. 1. М., 2007. С. 133—152.

Рубинштейн С.Л. Проблема способностей и вопросы психологической теории // Вопр. психологии. 1960. № 3. С. 3—15.

Салмина Н.Г., Сохина В.П. Обучение математике в начальной школе (на основе экспериментальной программы) / Под ред. П.Я. Гальперина. М., 1975.

Субботский Е.В., Чеснокова О.Б. Совместимы ли социальный интеллект и мораль? // Нац. психол. журнал. 2011. № 1 (5). С. 8—13.

Picard N. Agir pour abstraire. Apprentissage des mathématiques et conquête et l'autonomie. P., 1976.